

世界の国々の Gini 係数と乳児死亡率の時系列変化分析 — Shape Analysis による Affin・nonAffin 分割 —

澤口 聡子[†] 白田 由香利[‡] 橋本 隆子^{*}

[†] ‡ 学習院大学経済経営研究所 〒171-8588 東京都豊島区目白 1-5-1

[‡] 学習院大学経済学部経営学科 〒171-8588 東京都豊島区目白 1-5-1

^{*} 千葉商科大学商経学部 〒272-8512 千葉県市川市国府台 1-3-1

E-mail: [†] sawaguchi.t.aa@niph.go.jp, [‡] yukari.shirota@gakushuin.ac.jp

^{*} takako@cuc.ac.jp

あらまし

本稿では、shape analysis 法を用いて、Gini 係数と乳児死亡率の 2 つの指標に関する時系列変化分析を行う。Shape analysis 法においては、複数のランドマーク集合を shape とみなし、shape から shape への変化を、アフィン変換部と非アフィン変換部にできる。非アフィン変換部分を求める際には、初期状態 shape から bending energy matrix という行列を作成し、その固有ベクトルを基底ベクトルとして、変化後の shape との距離を測る。従来、非アフィン変換部分については、分析者の主観に基づく評価が行われていたが、shape analysis 法により非アフィン変換部分について客観的評価が可能となった点が shape analysis 法の最大の利点である。2012 年から 2015 年への変化においては、非アフィン変換部において他の国々に比較して大きく乳児死亡率が減少した国として Japan, Slovenia が見つかった。

Abstract

In the paper, we shall conduct a time series data analysis concerning Gini coefficients and infant mortality rates, using the statistical shape analysis method. In the shape analysis method, a set of landmarks is a shape and a deformation between two shapes can be divided to the Affine and the non-Affine transformation parts. Since the shape analysis has been developed, we have been able to measure objectively the non-Affine transformation parts, which is the largest advantage of the method. In the deformation from 2012 to 2015, Japan and Slovenia were extracted as ones with a large decline of infant mortality rates.

キーワード Statistical shape analysis, 時系列データ分析, Gini 係数, 乳児死亡率

1. 始めに

本稿では、statistical shape analysis 法による時系列データの分析を行う。Shape analysis 法の特長は、時系列変化をアフィン変換と非アフィン変換に分割できる点である[1-4]。Shape analysis 法は、shape と shape の間のランドマーク(点)の変化を測定する。与えられた複数ランドマークの座標から一つの shape を作成するが、予め座標の標準化を行い、次元なしのデータとする。これを pre-shape と呼ぶ。そして、その pre-shape から他の pre-shape への変化を、アフィン変換と非アフィン変換に分ける。

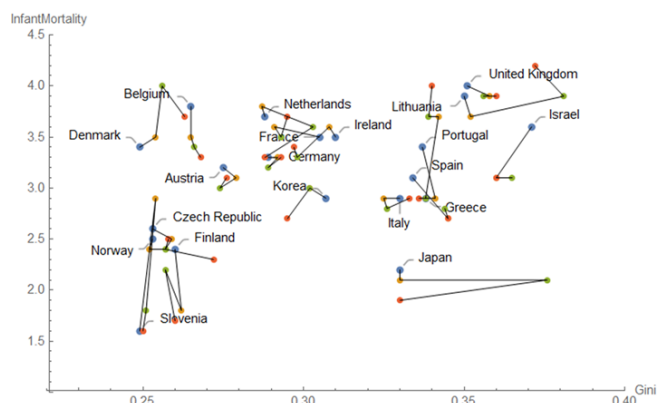
2. 対象データと分析手法

対象データは OECDStat から、Income Distribution & poverty (Gini=disposable income, post taxes and transfers) 及び Children Well Being (Infant Mortality) を抽出した。Gini 係数に関しては OECD の new household income definition に基づいて計算された値が使用されている。対象データの抽出国は、20 개국(Austria,

Belgium, Czech Republic, Denmark, Finland, France, Germany, Greece, Ireland, Israel, Italy, Korea, Latvia, Lithuania, Netherlands, Norway, Portugal, Slovak Republic, Slovenia, Spain, United Kingdom) である。対象年度は 2012 年から 2015 年、4 年分の時系列データを抽出した。日本の GINI 係数に関しては <https://yaruzou.net> より、厚生労働省の平成 17 年度所得再分配調査(当初所得に老齢年金が含まれていない)の結果から計算したジニ係数を用いた。

本節では statistical shape analysis 法を簡単に説明する。Shape analysis 法の特長は、時系列変化をアフィン変換と非アフィン変換に分割できる点である[1-4]。Shape analysis 法は、shape と shape の間のランドマーク(点)の変化を測定する。与えられた複数ランドマークの座標から一つの shape を作成するが、予め座標の標準化を行い、次元なしのデータとする。これを pre-shape と呼ぶ。そして、その pre-shape から他の pre-shape への変化を、アフィン変換と非アフィン変換に分ける。本稿では、Shape analysis 法の 2 つの指標の 2 次元データを対象として説明する。

従来の手法によるプロットとの比較を行う．図 1 に、20 か国の 2012 年から 2015 年のデータを、横軸に Gini



係数，縦軸に乳児死亡率を取り，データ値をプロットした様子を示した．国名のキャプションがついている点が 2012 年のデータを示す．この手法では，データの単位をそのまま使っているため，その単位における変化量，差分は求められるが，全体の国の中での相対的位置の変化については議論しにくい．それに対し shape analysis 法では，予め標準化を行い，無次元にして，一つの国が全体の国の中で，相対的に位置がどのように変化したかが分かる．その変化分は，アフィン変換部分と非アフィン変換部分に分割される．アフィン変換はすべての国の動きの一般的傾向を表し，非アフィン変換は特定の国および国々の局所的な動きを表現している．

図 1: 時系列データを標準化しないでプロットした様子

Shape analysis 法は，固有ベクトルに基づく分析法であり，主成分分析 (PCA: Principal Component Analysis)[5] 及び特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition)[6, 7] のように，与えられた行列から固有ベクトルを求める．PCA では，分散共分散行列の固有ベクトルが主成分と呼ばれ，固有値がその主成分のアンプリチュードを表わしていた．

Shape analysis 法において非アフィン変換部分を求める際には，bending energy matrix という行列を作成し，その固有ベクトル (principal warp ベクトル) を基底ベクトルとして，変化後の pre-shape との距離を測る．本稿で扱うデータは，20 か国であるので， $20 - 3 = 17$ 個の principal warp ベクトルが得られる [14]．その principal warp を基底として pre-shape 間の非アフィン変換を表現した固有ベクトルを partial warp と呼ぶ．Partial warp は principal warp と同数得られる．

従来，非アフィン変換部分については，分析者の主観に基づく評価が行われていたが，shape analysis 法により非アフィン変換部分について客観的評価が可能

となった点が shape analysis 法の最大の利点である．Shape analysis 法は，生物学や医学の分野で普及してきた手法である．我々は経済学の分野における各種データにおいても，この手法が有効であることを示してきた [8-13]．

次節では，具体的な例を使って shape analysis 法を説明する．

3. Gini 係数と乳児死亡率の分析結果

本節では，20 か国の 2012 年から 2015 年の Gini 係数と乳児死亡率の変化を shape analysis 法で分析する．

本分析では，2012 年をベースとして 2015 年への変化を分析する．ひとつの shape において，ひとつの国がひとつの点で表現されている．図 2 および図 3 に変化の様子を示した．

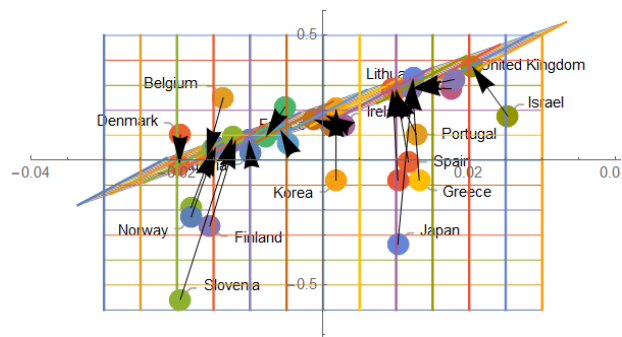


図 2: 2012 年から 2015 年の変化のアフィン変換部

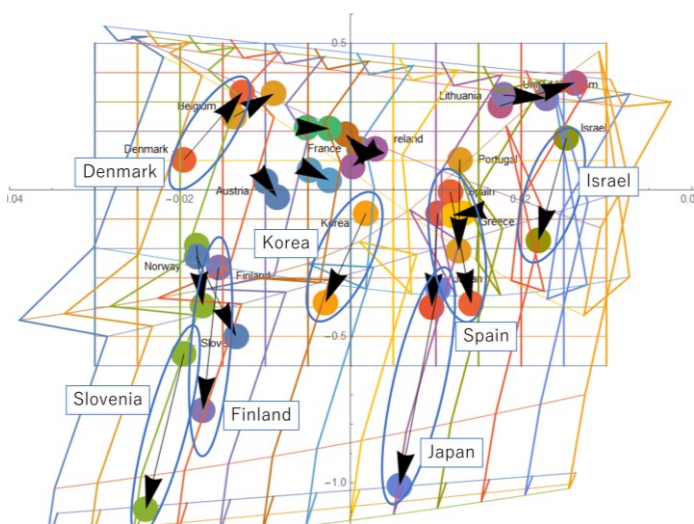


図 3: 2012 年から 2015 年の変化の非アフィン変換部

図 2，図 3 では，各国の相対的位置の変化が見えるようにトランスフォーメーショングリッドを描いている．2012 年に直交していた当該グリッドが，各変換によってどのように変化したかが見える．

図 2 のアフィン変換部を見ると，変換後のグリッド

のスキューの様子から、全体の傾向として、乳児死亡率の方向に均質化が進んだことが分かる。Gini 係数が高い国のほうが、乳児死亡率が相対的に若干高く変化する傾向が読み取れる。Gini 係数方向の変化は殆ど見られない。国間格差の変動は殆どないと言える。

次に図 3 に示した非アフィン変換部分を見る。各国において、アフィン変換の差分と非アフィン変換の差分を加重無しでそのまま加算した値が、2012 年 pre-shape から 2015 年 pre-shape におけるその国の差分となる。

表 1：非アフィン変換差分の大きな国およびその partial warp の内訳

Partial Warp	2	3	8
Japan --	○	○	
Slovenia --	○		○
Finland -	○		
Israel -	○		
Spain -	○		
Korea -	○	○	
Denmark +		△	△

非アフィン変換における差分が大きい国を表 1 に示した。これは、アフィン変換の全体的傾向に逆らい、周囲に対して相対的に、局所的に変化が大きかった国を示す。図 3 に示したように、負方向の差分が非常に大きい国として、Japan, Slovenia があり、ついで、Finland, Israel, Spain, Korea の負方向の差分が大きいことが分かる。

反対に、Denmark が正方向の差分が大きい。非アフィン変換を 17 個の partial warp に分割し、どの partial warp で差分が大きいかを見る(表 1 参照)。各ランドマークの非アフィン変換の差分は、partial warp の差分を加重なしで加算したものになる。表 1 に、どの partial warp の差分が大きいかを上記の変化の大きい国々に対して調べた結果を記した。マーク○は、絶対値が 0.2 以上の変化を、マーク△は、絶対が 0.1 以上 0.2 未満の変化を示した。この結果、partial warp2 が、非アフィン変換の殆どを示していることが分かった。図 4 に partial warp2 の差分のみを示した。2 軸のスケールを見ると、横軸の Gini 係数は殆ど変化なく、縦軸の乳児死亡率の変化が大きいことが分かる。Partial warp2 において、乳児死亡率の差分はすべての国で負の方向であった。負の絶対値が大きい順に、Italy, Japan, Slovenia, Israel, Spain が並んでいる。Italy は、表 1 に記さなかったが、Korea について、非アフィン変換

の負方向への変化が大きい国であった。表 1 に示した partial warp は代表的な貢献をしたもののみを示したので、他の partial warp の差分も加算あるいは減算されて、最終的な非アフィン変換の差分となる。Partial warp 2 の差分を 2012 年の pre-shape からのずれとして図 5 に図示した。

まとめると、全体の傾向としては、乳児死亡率の均質化が起こり、相対的位置が近づいている。局所的な相対的变化に関しては Japan, Slovenia の乳児死亡率の減少が大きい。ついで、Finland, Israel, Spain, Korea の国々の相対的減少が大きい。

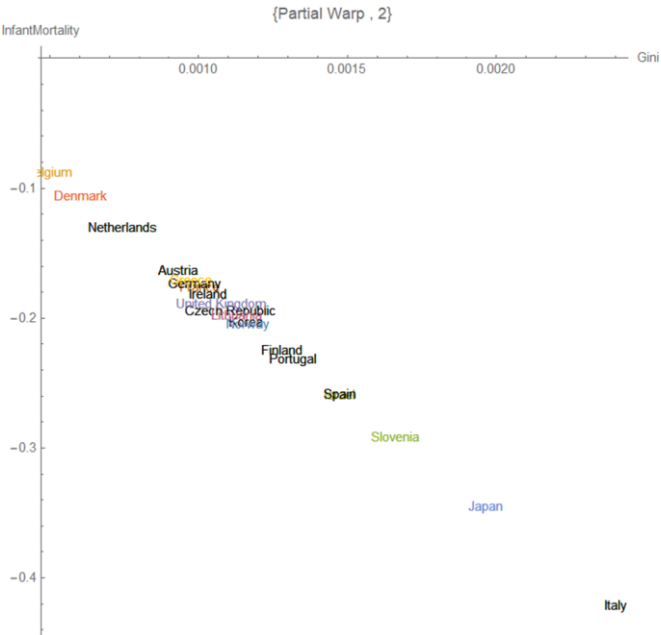


図 4：partial warp2 の差分

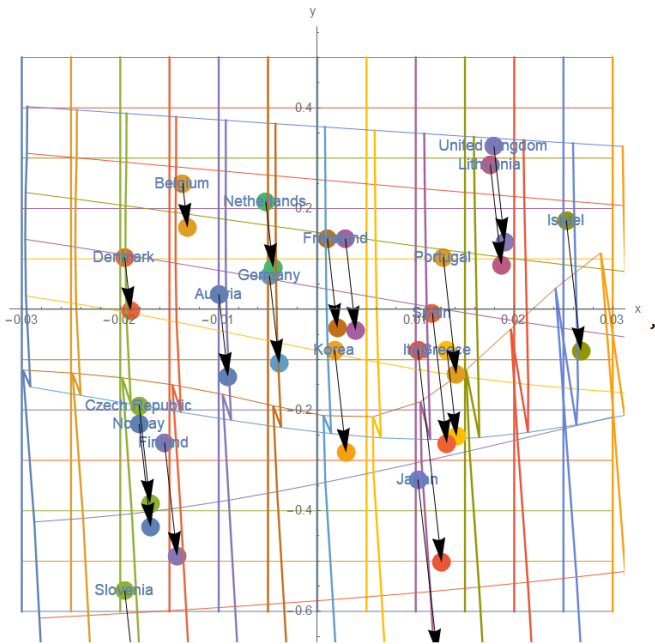


図 5: partial warp2

4. 考察

本稿では、shape analysis 法を用いて、Gini 係数と乳児死亡率の 2 つの指標に関する時系列変化分析を行った。Shape analysis 法においては、標準化を行い pre-shape にすることで、全体の中での相対的位置をより高い精度で求めることが可能となる。経済格差が大きければ乳幼児死亡率が高く、経済格差が小さければ乳幼児死亡率が低いという、短絡な結論は適切でないといえ、可視化される。2012 年から 2015 年への変化においては、非アフィン変換部において、他の国々に比較して大きく乳児死亡率が減少した国は Japan, Slovenia であることが分かった。

国際 NGO（非政府組織）のセーブ・ザ・チルドレンは、子どもが育つのに適した国のランキングを発表した。1 位はシンガポールとスロベニアで、日本は 19 位だった。超大国は経済規模の割に順位が低かった。同 NGO は、5 歳以下の死亡率、発達障害、学校に通っていない子どもの割合、子ども労働、早婚、若い時の出産、紛争で住みかを迫られた国民の数、子ども殺人の割合の 8 項目について 175 カ国を調査した。セーブ・ザ・チルドレンは 8 項目を、子どもの生育・発達を阻害する要因に位置づけている [15]。

今回、経済指標と、小児母子保健指標のそれぞれを 2 軸とする Shape Analysis を試行している。軸とするパラメータの選択に関して、パラメータの意味づけから下記のように検討される。今回 Infant Mortality を選択しているが、非アフィン変換で日本の Index の特殊性を把握する場合、日本が最小値を示す Neonatal Mortality に今後注目し、更に Perinatal Mortality や Maternal Mortality を視野に入れることが可能である。母子保健領域の検討可能な指標として、更に、出生率及び合計特殊出生率があげられる。

Gini 係数に関しては、対象年齢を 18 歳-65 歳として算出する場合と、65 歳以上として算出する場合があるが今回は全年齢を対象とした数値を用いている。更に、社会保障等による所得再分配前の Gini 係数と所得再分配後の Gini 係数の双方を算出することが可能である。所得再分配調査は、当初所得に老齢年金が含まれていないため、所得再分配調査に基づいて算出されたジニ係数は他の調査に基づいた場合よりもジニ係数が高くなる。所得再分配調査の結果に寄れば、日本のジニ係数は、当初の高齢化によるとされる急激な上昇分を、社会保障の再分配によってほとんど吸収しているが、充分ではなく、日本の租税による富の再分配機能が弱まっているために、ジニ係数の上昇を早めている。原因として、中間所得層に対する税率が、[経済協力開発機構](#) (OECD) 各国に比べて低すぎること、若年労働層に対する [社会保障](#) が、老人に比べると少な

いことが明らかにされ、養育に対する財政支援も少ない事で、子育て世帯の [貧困率](#) を高めている可能性があることが指摘されている [15]。日本の貧困レベルは、OECD 諸国の中で 4 番目に高いと指摘される [16]。

社会経済指標のパラメータとして、他に、貧困率・学歴所得格差・男女格差指数・女性議員率・常勤雇用者における低所得者比率・男女賃金格差・労働組合組織率・年金所得代替率・家計可分所得・個人所得税率・出産育児休業期間等が検討可能である。

ジニ係数は社会における所得分配の不平等さを表す指標で、1 に近づくほど格差が大きく、逆に 0 に近いほど格差が小さいことを意味する。格差は税や社会保障の提供を通して、富の再分配が行われることで是正されるためジニ係数は修正のない所得（当初所得）と、税金や社会保障の支給といった再分配（格差是正のための施策）後の数字も算出される。ジニ係数の上昇は格差問題として認識され、日本での再分配後のジニ係数は比較的安定していることから、格差の広がりには是正されていると解釈されている [17]。

再分配所得は、税金と社会保障（現物給付＋社会保障給付金-社会保険料）による再分配後の所得から計算され、当初所得とは、所得税や社会保険料を支払う前の雇用者所得、事業所得などの合計で、公的年金などの社会保障給付は含まれない。再分配所得は、当初所得から税や社会保険料負担を控除し、公的年金などの現金給付と医療、介護、保育などの現物給付を加えたものである [17]。海外の GINI 係数は、税と社会保障による再分配後の可処分所得から算出されることが多く、比較の解釈にあたり、注意が必要となる [17]。可処分所得とは、給与やボーナスなどの個人所得から、税金や社会保険料などを差し引いた残りの手取り収入、つまり自分の意思で使える部分を指し、個人の購買力を測る際、ひとつの目安になる [18]。

5. まとめ

Shape Analysis 法は、固有ベクトルに基づく分析法であり、与えられた行列から固有ベクトルを求める。今回は、国別特にヨーロッパを中心とした国際比較である。国内の施策展開に際して、市町村の数値に、ゼロ値が多く、ゼロ・インフレーションとなる場合でも、ゼロを含む行列からのベクトル算出が可能であれば、適用可能性が見出される。データヘルスの展開において、可視化した後の目視による有意差の把握に課題が残る。Shape Analysis 法では、全体の中での相対的な動きを主観なしの数値表現にできることが、長所としてあげられる。固有値に関して再検定等、統計の統計処理の必要性があるに関

しては今後の実務的運用によるところが大きいと思われる。

参 考 文 献

- [1] I. L. Dryden and K. V. Mardia, *Statistical shape analysis*. J. Wiley Chichester, 1998.
- [2] K. Mardia, F. Bookstein, and J. Kent, "Alcohol, babies and the death penalty: Saving lives by analysing the shape of the brain," *Significance*, vol. 10, no. 3, pp. 12-16, 2013.
- [3] K. V. Mardia, "Statistical approaches to three key challenges in protein structural bioinformatics," *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, vol. 62, no. 3, pp. 487-514, 2013.
- [4] M. Kanti, "Geometry-Driven Statistics and its Cutting Edge Applications: Celebrating Four Decades of Leeds Workshops," in *The 33rd Leeds Annual Statistical Research Workshop*, Mardia Kanti et al., 2015, vol. 33: Department of Statistics, University of Leeds.
- [5] J. Friedman, R. Tibshirani, and T. Hastie, "The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction: with 200 full-color illustrations," ed: Springer, 2013.
- [6] C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, 2006.
- [7] Y. Shiota and B. Chakraborty, "Visual Explanation of Eigenvalues and Math Process in Latent Semantic Analysis," *Information Engineering Express, Information Engineering Express*, vol. 2, no. 1, pp. 87-96, 2016.
- [8] S. Yukari, H. Takako, and S. Riri Fitri, "Visualization of time series statistical data by shape analysis (GDP ratio changes among Asia countries)," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 971, no. 1, p. 012013, 2018.
- [9] Y. Shiota, R. F. Sari, and T. Hashimoto, "Time Series Analysis on Indonesia Provinces Economic Development," in *Proc. of 5th Conference on Management and Sustainability in Asia*, Hiroshima, Japan,, 2018, pp. 12-19: INTESD.
- [10] Y. Shiota, A. Presekal, and R. F. Sari, "Visualization of Time Series Change on GDP Per Electricity by Provinces in Indonesia," *Proc. of IES-KCIC 2018, Bali, Indonesia, Oct. 2018*, pp. pp. 333-336, 2018.
- [11] A. Presekal, R. F. Sari, and Y. Shiota, "Local Change Analysis of Correlation of Education Level to GDP in Indonesia," *Gakushuin Economics Papers*, vol. 55, no. 3, pp. 61-77, 2018.
- [12] C. Apriono, R. F. Sari, Y. Yano, and Y. Shiota, "Economic Indicator Evaluation Based on Shape Deformation Analysis of Indonesian Provinces Statistics," *Gakushuin Economics Papers*, vol. 54, no. 3, pp. 1-22, 2017.
- [13] Y. Shiota and T. Hashimoto, "Visual Explanation of Deformation Theories in Shape Analysis," *Gakushuin Economics Papers*, vol. 54, no. 1, pp. 1-12, 2017.
- [14] I. L. Dryden and J. T. Kent, *Geometry Driven Statistics*. Wiley Online Library, 2015.
- [15] 内閣府経済社会総合研究所 Discussion Paper No. 171 - 太田清「日本の所得再分配—国際比較でみたその特徴」(2006年12月)
- [16] Growing Unequal? Income Distribution and Poverty in OECD Countries. OECD. (2008-08). ISBN 9789264044180.
- [17] <https://www.asiax.biz/news/46793> access at 11:00 on 25th December 2018
- [18] <https://www.smbcnikko.co.jp/terms/japan/ka/J0636>. html access at 13:18 on 25th December 2018