

推薦因子の寄与分の異なるモデルを用いたレコメンデーション

茅根 宏介[†] 中村 篤祥^{††} 工藤 峰一^{††}

[†] 北海道大学工学部情報エレクトロニクス学科 札幌市北区北 14 条西 9 丁目

^{††} 北海道大学大学院情報科学研究科 札幌市北区北 14 条西 9 丁目

E-mail: [†]chinone@ist.hokudai.ac.jp, ^{††}{atsu,mine}@ist.hokudai.ac.jp

あらまし 本論文ではユーザのアイテムに対する評価値のみでなく、ユーザがアイテムに付けたタグなどの関係も同時に表現したハイパーグラフを用いた推薦法において、推薦因子の寄与分の異なるモデルによるお勧めの計算法を提案する。提案法では、ハイパーグラフにおいて「ユーザのアイテムに対する評価」や「ユーザがアイテムに付けたタグ」などに対応する辺の重みを調整することで、推薦アイテムランキングへのユーザ、アイテム、タグなどの寄与分を変化させる。検証実験によれば、重みが異なる推薦モデル間において、全ユーザに対する平均のランキング精度に大きな違いがでない場合でも、ユーザによって最適なモデルが異なる場合があることがわかった。ユーザ毎に異なる重みのモデルを使った推薦や、異なる重みのモデルを使ったお勧めを混ぜて多様性の高い推薦リストを構築するなど様々な応用が考えられる。

キーワード 情報推薦, パーソナライゼーション, ハイパーグラフ

1 はじめに

1.1 研究背景

推薦システムは、近年多くの web サービスにおいて使われており、ユーザにとって有用と思われるアイテムを、ユーザの目的に合った形で提示するサービスを提供する [1–3]。最近では、Spotify¹ や Netflix² など、ソーシャルメディアを活用したサービスが普及し利用できる情報が増えた。例えば、ソーシャルメディアでは、ユーザ同士が友好関係を作ったり、ユーザがアイテムにタグを付けることができる。これらのソーシャル情報は推薦システムにおいて有益であることが知られている [4, 5]。ソーシャル情報などに含まれる様々なオブジェクト間の関係を表現する手法として Heterogeneous Information Network (HIN) [6] やハイパーグラフ [8] がある。HIN やハイパーグラフを用いた推薦手法ではユーザとアイテム間などの関係性をグラフを用いて表現し、様々な類似性に基づいて推薦するため、高精度のお勧めが可能である。

1.2 本論文の目的

ユーザのアイテムに対する評価のみでなくソーシャル情報などを用いて様々な類似性に基づく推薦を行うことができるハイパーグラフを用いた方法において、ランダムウォークを用いた推薦法に着目し、推薦アイテムランキングへのユーザ、アイテム、タグなどの寄与分を変化させる方法を提案する。本稿では、ユーザ、アイテム、タグなどを推薦因子とみなし、それらの推薦アイテムランキングへの寄与分は、ランダムウォークにおける定常分布において、それらに対応するノード集合の確率和であると考え、本研究では、推薦因子の寄与が異なるモデルによ

る推薦の精度を比較し、最も精度の高いモデルがユーザ毎に異なることを検証する。

1.3 本論文の構成

本論文は本節を含め全 6 節で構成する。第 2 節ではソーシャル情報などに含まれるオブジェクト間の関係をグラフを用いて表す手法、および、それを用いた推薦システムを紹介する。第 3 節では、提案手法のベースとなる推薦手法である MRH のリスタート付きランダムウォーク版を説明した後、推薦因子の寄与分を定義し、それを変化させる方法として、ハイパーエッジの重みを変化させる方法を提案する。第 4 節では MRH のリスタート付きランダムウォーク版において定義される遷移確率行列が、ハイパーエッジの重みを変化させることによりどのように変わるかを調べる。第 5 節では、実データを用いてシミュレーションを行い、ハイパーエッジの重みの違いにより推薦因子の寄与分の違いが生じるのか、ユーザにより最適な重みのモデルが異なるのかを調べる。最後に第 6 節では、本論文の結論と今後の方針について述べる。

2 多様な関係を表すグラフを用いた推薦

ソーシャル情報などを含めた様々なオブジェクト間の関係をグラフで表す 2 つの方法とそれらを用いた推薦システムを紹介する。

2.1 HIN を用いた推薦

Heterogeneous Information Network (HIN) [6] は、オブジェクト間の様々な関係性を、複数の種類の辺を用いたグラフにより表現する手法である。例えば、ユーザとアイテム間の購買関係や、ユーザ間の友人関係などは異なる種類の辺として表現される。HIN は類似検索やクラスタリング、分類問題などの分野において用いられている。

1 : <https://www.spotify.com/jp/>

2 : <https://www.netflix.com/jp/>

Hete-CF [7] は、HIN を用いた推薦方式であり、ユーザ間、アイテム間、およびユーザとアイテム間の 3 つの関係を用いて類似性を求めて推薦している。推薦モデルを最適化する際、それぞれの関係は重み付けされ、重みを調整することで推薦モデルの精度を上げることが可能である。レーティング情報が少ない時、ユーザのアイテムに対する重みを大きくすることで精度が上がり、レーティング情報が多い時には偏りが生じてしまうのでその重みを小さくすることで精度が上がるということが報告されている。

2.2 ハイパーグラフを用いた推薦

ハイパーグラフも HIN と同様にオブジェクトの関係をグラフで表現したものであり、3 項以上の関係を表すハイパーエッジを用いるため、対の関係よりも複雑な高次関係をモデル化できる。従来より、クラスタリングや分類問題などの分野で利用されてきた [8]。Music Recommendation via Hypergraph (MRH) [9] は、ユーザがアイテムにつけたタグなど、ソーシャル情報などに含まれる 3 つ以上のオブジェクト間の関係をハイパーグラフを用いて表現し、類似性を表すハイパーエッジの重みと各ユーザの好みを考慮した最適化問題を解くことにより、ユーザ毎にノードのランキングを行い推薦ランキングを生成する方式である。論文 [9] では、パリエーションとして本稿で扱うリスタート付きランダムウォークモデルによるランキング計算法も提案している。MRH では、ランキングを計算する際、正規化された重みを使っており、重みの調整に関する考察はされていない。

3 提案手法

本節では、従来のハイパーグラフを用いた方法において、ユーザ、アイテム、タグなどのオブジェクトが推薦にどの程度寄与しているかを分析する指標を示し、それを変化させる方法を提案する。提案手法は、MRH [9] のリスタート付きランダムウォーク版をベースとしている。そこで、最初に MRH におけるハイパーグラフの構築法とリスタート付きランダムウォークについて説明し、その後オブジェクトの推薦への寄与分を表す指標を定義し、それを変化させる方法を説明する。

3.1 ハイパーグラフ

ハイパーグラフ G は、頂点集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{|V|}\}$ 、ハイパーエッジの集合 E_h 、およびハイパーエッジの重み $w : E \rightarrow (0, \infty)$ の 3 つ組 $G(V, E_h, w)$ で表される。ハイパーエッジ $e \in E_h$ は、通常のエッジを一般化したものであり、 V の 2 ノード以上の部分集合である。ハイパーエッジ e の重み $w(e)$ は、ハイパーエッジ e に含まれるオブジェクト間の類似度を表す。また、頂点 V およびハイパーエッジ E_h は多種類のものからなるとし、それぞれの種類の数を R, S とする。異なる種類の頂点、ハイパーエッジをそれぞれ $V^{(r)} (r = 1, 2, \dots, R)$ 、 $E_h^{(s)} (s = 1, 2, \dots, S)$ と表す。例えばユーザの映画に対する評価情報とユーザが映画につけたタグ情報を利用した映画の推薦の場合、ノード集合 V はユーザの集合 $V^{(1)}$ 、映画の集合 $V^{(2)}$ 、タグの集合 $V^{(3)}$ の 3 種類のノード集合からなり、ハイパーエッジの集合 E_h は評価情報のエッジ $E_h^{(1)} \in V^{(1)} \times V^{(2)}$ とタグ情

報のエッジ $E_h^{(2)} \in V^{(1)} \times V^{(2)} \times V^{(3)}$ の 2 種類のエッジ集合からなる。

次に、ハイパーグラフに関する行列表現を定義する。まず、接続行列 $H \in \{0, 1\}^{|V| \times |E_h|}$ はノード v とエッジ e の関係を示し、 H の (v, e) 成分を $h(v, e)$ で表し、 $v \in e$ ならば $h(v, e) = 1$ 、それ以外は $h(v, e) = 0$ と定義する。ハイパーエッジの重み行列 W_h を、 (e, e) 成分が $w(e)$ である $|E_h| \times |E_h|$ の対角行列として定義する。さらに、ノード v の次数 $d(v)$ 、ハイパーエッジ e の次数 $\delta(e)$ を、

$$d(v) = \sum_{e \in E_h} w(e)h(v, e), \quad (1)$$

$$\delta(e) = \sum_{v \in V} h(v, e). \quad (2)$$

と定義し、 (v, v) 成分を $d(v)$ とする $|V| \times |V|$ の対角行列を D_v 、 (e, e) 成分を $\delta(e)$ とする $|E_h| \times |E_h|$ の対角行列を D_e とする。

3.2 RWR モデルによるランキング

Random walks with restarts model (RWR) [10] は、リスタート付きランダムウォークの定常分布をランキングスコアとして用いる方法である。時刻 t におけるグラフのノード集合 V 上の確率分布を $\mathbf{f}^{(t)}$ とする。 $\mathbf{f}^{(t)}$ の初期確率分布およびリスタート確率分布として、ユーザの直接的な好みを表す分布 $y \in [0, 1]^{|V|}$ を用いる。実験で用いる y については第 5.3 節で述べる。リスタートを考慮しないランダムウォークの遷移確率行列 A として $A = D_v^{-1} H W_h D_e^{-1} H^T$ を用いる。このとき、 A の (i, j) 成分 $A_{i,j}$ は、

$$A_{i,j} = \sum_{s=1}^S \sum_{e \in E_h^{(s)}} \frac{w(e)h(v_i, e)h(v_j, e)}{\delta(e)d(v_i)}. \quad (3)$$

と表せる。 $A_{i,j}$ は、オブジェクト i からみたオブジェクト j への好みの類似度を表す値であり、ランダムウォークでは次の時刻に好みの類似するノードへ多く遷移する。リスタート確率を α とすれば、リスタート付きランダムウォークにより、確率分布 $\mathbf{f}^{(t)}$ は以下の式で計算される確率分布 $\mathbf{f}^{(t+1)}$ に変化する。

$$\mathbf{f}^{(t+1)} = (1 - \alpha)A\mathbf{f}^{(t)} + \alpha y. \quad (4)$$

定常分布は、定常時の恒等式より逆行列を計算してかけることにより得られるが、高速計算のため式 (4) を繰り返し適用することにより近似解を得る方法を用いる。

3.3 推薦因子

第 3.1 節で定義した R 種類のノード $V^{(r)}$ を推薦因子とする。用いたランダムウォークは好みの類似する方へ遷移するモデルであることから、定常分布 \mathbf{f}^* における各オブジェクトの確率は、好みの高さを示す値として用いることができる。この値は、推薦オブジェクトにおいては、お勧めランキングに用いられるが、それ以外のオブジェクトにおいても、全体が有向グラフとして連結であれば、各お勧めアイテムに直接的および間接的に流れ

入る割合を表していると考えられる。そこで各種のオブジェクトに対し、その種のオブジェクトの定常確率の合計を、お勧めアイテムランキングへのその種のオブジェクトの寄与度と定義する。各種のオブジェクトの寄与分を変える事ができればユーザにとってより違いがわかりやすい推薦を提示できる。

3.4 エッジの種類毎に重みを変えた推薦

各オブジェクトの寄与分を直接調整することは困難である。そこで、特定のオブジェクトに関連するハイパーエッジの重みを変化させることにより、そのオブジェクトの寄与分を変化させる。RWR モデルにおいてはハイパーグラフのエッジの重みを自由に変えても遷移確率行列としての性質が維持されることに注意する。各ハイパーエッジの種類毎に、エッジの重みを重視したモデルを構築し、各ユーザに対して異なるお勧めを計算する。

4 重みを変えることによる遷移行列の変化

推薦因子の寄与分を変えるためには、まず、遷移確率行列 A を変える必要がある。そこで、この節では、ハイパーエッジの重みを変えることにより遷移確率行列 A がどのように変わるのかを分析する。重みを大きくする種のエッジを $E_h^{(t)}$ とし、重みを α 倍すると

$$A_{i,j} = \frac{1}{d(v_i)} \left(\sum_{s \neq t} \sum_{e \in E_h^{(s)}} \frac{w(e)h(v_i, e)h(v_j, e)}{\delta(e)} + \alpha \sum_{e \in E_h^{(t)}} \frac{w(e)h(v_i, e)h(v_j, e)}{\delta(e)} \right). \quad (5)$$

となる。ただし $d(v_i)$ も大きくなり、

$$d(v_i) = \sum_{s \neq t} \sum_{e \in E_h^{(s)}} w(e)h(v_i, e) + \alpha \sum_{e \in E_h^{(t)}} w(e)h(v_i, e). \quad (6)$$

となる。したがって、 v_i を含むエッジが $E_h^{(t)}$ にない場合は $A_{i,j}$ は変化しない。一方、 v_i を含むエッジが $E_h^{(t)}$ にある場合、 $\{v_i, v_j\}$ を含むエッジが $E_h^{(t)}$ になれば $A_{i,j}$ の重みは小さくなり、 $\alpha \rightarrow \infty$ とすれば 0 に収束する。また、 $\{v_i, v_j\}$ を含むエッジが $E_h^{(t)}$ にある場合は、

$$a = \frac{\sum_{s \neq t} \sum_{e \in E_h^{(s)}} \frac{w(e)h(v_i, e)h(v_j, e)}{\delta(e)}}{\sum_{s \neq t} \sum_{e \in E_h^{(s)}} w(e)h(v_i, e)}, \quad (7)$$

$$b = \frac{\sum_{e \in E_h^{(t)}} \frac{w(e)h(v_i, e)h(v_j, e)}{\delta(e)}}{\sum_{e \in E_h^{(t)}} w(e)h(v_i, e)}. \quad (8)$$

とすれば、 $a > b$ のときは $A_{i,j}$ は減少、 $a < b$ のときは $A_{i,j}$ は増加し、 $\alpha \rightarrow \infty$ とすれば、いずれも b に収束する。

5 実験

次に、ハイパーエッジの重みを調整することで推薦因子の寄

与分を変えることが可能か、また、推薦因子の寄与が異なるモデルによる精度比較において、ユーザ毎に最も精度の高いモデルが異なるかを、実データを用いたシミュレーションにより調べた。

5.1 データセット

MovieLens データセット (MovieLens Latest Datasets³) を用いた。1 から 5 の 5 段階で評価された評価値と、映画に対してユーザが付けたタグ情報を使ってハイパーグラフを構築した。オブジェクトおよび関係性のデータ数を表 1 に示す。

表 1 MovieLens データセットのオブジェクトおよび関係性のデータ数

	オブジェクト		関係性	
	種類	数	種類	数
	ユーザ (U)	610	評価値 (U, M)	100836
MovieLens	映画 (M)	9742	タグ情報 (U, M, T)	3683
	タグ (T)	1589		

5.2 ハイパーグラフの構築

MovieLens のデータセットを用いて、ユーザ (U)、映画 (M)、タグ (T) の 3 種のオブジェクト ($R=3$) とそれらの関係を表す 2 種のハイパーエッジ ($S=2$) をもつハイパーグラフを構築した。 $E_h^{(s)}$ の正規化された重みは論文 [9] に従い次のように決定した。

(i) $E_h^{(1)}$: ユーザ u_i が評価値を付けた映画 m_j のペア $e_{ij}^{(1)} = \{u_i, m_j\}$ の集合。重み $w(e_{ij}^{(1)})$ はユーザが映画につけた評価値 (1~5) とする。正規化した重み $w(e_{ij}^{(1)})^*$ は、ユーザ、映画に対する偏りを補正した重み $w(e_{ij}^{(1)})'$ を他の種類のエッジと同等に扱うために $w(e_{i1}^{(1)})', \dots, w(e_{i|M|}^{(1)})'$ の平均 $ave(w(e_i^{(1)})')$ で割って正規化したもので以下のように定義する。

$$w(e_{ij}^{(1)})' = \frac{w(e_{ij}^{(1)})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{|M|} w(e_{ik}^{(1)})} \sqrt{\sum_{l=1}^{|U|} w(e_{lj}^{(1)})}}, \quad (9)$$

$$w(e_{ij}^{(1)})^* = \frac{w(e_{ij}^{(1)})'}{ave(w(e_i^{(1)})')}. \quad (10)$$

(ii) $E_h^{(2)}$: ユーザ u_i が映画 m_j に対して付けたタグ t_h の 3 つ組 $e_{ijh}^{(2)} = \{u_i, m_j, t_h\}$ の集合。重み $w(e_{ijh}^{(2)})$ は 1。

5.3 実験設定

各ハイパーエッジの重みを無限大にして計算した重みと正規化した重みのモデルを用い、リスタート付きランダムウォークモデルで定常分布を求め、異なる重みを用いたモデルにおける、各オブジェクトの寄与分およびランキング精度の比較をした。定常分布を求めるための式 (4) の繰り返しは 80 回とした。⁴ また、リスタート確率 α は 0.04 とした。ユーザの直接的な好み

3 : <https://grouplens.org/datasets/movielens/>

4 : 収束判定は、十分小さな ϵ に対し $\|f^{(t+1)} - f^{(t)}\| < \epsilon$ で行うなどすべきであるが、 f は数回で急速に変化し、残りのステップでは比較的安定してくることが実験により確認されたため、今回は 80 回に固定した。

表す分布 y は, MRH [9] で提案されている方法の1つを採用し, おすすめするターゲットユーザ u_i に対し, A の i 行目 $A_{i,*}^T$ を用いた.

5.4 評価指標

評価指標としてランキング予測結果の評価指標として広く用いられている Normalized Discount Cumulative Gain (NDCG) を用いた. NDCG は, 下位に行くほどスコアを割引して計算するランキング評価指標である Discounted Cumulative Gain (DCG) を, 真の評価値ランキングに対する DCG (Ideal DCG (IDCG)) で割ることで正規化した指標である. NDCG は 0 から 1 の値を取り, 1 に近いほど精度がよいことを示す. ターゲットユーザ u に対してモデル A を用いて求めた NDCG は

$$NDCG@n(A, u) = \frac{1}{IDCG} \times \sum_{i=1}^n \frac{2^{r_i} - 1}{\log_2(i + 1)}. \quad (11)$$

と定義される. r_i はモデル A においてランキング i 位の要素に対する評価値であり, n は評価に用いる要素数を表す. 評価値は, トレーニングデータを用いて定常分布を求めた後, テストデータにおけるランキングスコアが高い上位 n 個の映画の評価値を用いた.

5.5 実験結果

5.5.1 推薦因子の寄与分

各モデルの定常分布 f^* における推薦因子の寄与分を表 2 に示す. 表には全ユーザに対する平均の値が示されている.

	MovieLens(U, M, T)		
正規化	38.6	/ 37.2	/ 24.2
評価値	50.7	/ 49.3	/ 0.0
タグ情報	37.5	/ 36.2	/ 26.2

表 2 から, 関係性を表現するエッジの重みを大きくすることで, 推薦結果における推薦因子の寄与分が異なるモデルを構築できることがわかる.

5.5.2 推薦の精度

ユーザ毎に推薦因子の寄与が異なるモデルによる精度を比較するために, ユーザを最も高い精度を出したモデルごとにグループ分けした. それぞれのグループにおける各モデルの精度を表 3 に示す.

グループ (人数)	全員 (610)	正規化 (221)	評価値 (177)	タグ情報 (212)
NDCG(正規化)	0.758	0.789	0.752	0.730
NDCG(評価値)	0.756	0.753	0.793	0.730
NDCG(タグ情報)	0.758	0.753	0.749	0.770

表 3 より, このデータセットではモデルを変えても全ユーザに対しての精度はほとんど変わらないことがわかる. 太字は各グループにおいてそれぞれ最適なモデルで推薦した場合の精度である. 正規化したモデルにおける精度と比較した時, 精度が

大きく向上することが確認できる.

また, 推薦モデルを変えることで上位 20 個の推薦リストがどう変わるのか全ユーザに対する平均を調査した. 正規化されたモデルと比較して, 評価値のモデルでは約 8 個, タグ情報のモデルでは約 1 個異なるアイテムが含まれていた. 例として 3 名のユーザに対する推薦リスト (ランキング 10 位まで) を表 4 に示す.

表 4 Top10 の推薦リスト

UserID	正規化	評価値	タグ情報
1	924:A Space Odyssey	318:Shawshank Redemption	7020:Proof
	293:Lon	589:Terminator	924:A Space Odyssey
	7361:Eternal Sunshine of the Spotless Mind	150:Apollo 13	293:Lon
	4878:Donnie Darko	32:Twelve Monkeys	7361:Eternal Sunshine of the Spotless Mind
	79132:Inception	380:True Lies	4878:Donnie Darko
	72998:Avatar	588:Aladdin	79132:Inception
	135536:Suicide Squad	858:Godfather	72998:Avatar
	1921:Pi	377:Speed	135536:Suicide Squad
	3676:Eraserhead	165:Die Hard: With a Vengeance	1921:Pi
	4226:Memento	364:Lion King	3676:Eraserhead
132	924:A Space Odyssey	110:Braveheart	924:A Space Odyssey
	6327:Decade Under the Influence	527:Schindler's List	6327:Decade Under the Influence
	72998:Avatar	150:Apollo 13	72998:Avatar
	1921:Pi	480:Jurassic Park	1921:Pi
	135536:Suicide Squad	589:Terminator	3676:Eraserhead
	3676:Eraserhead	457:Fugitive	7932:Dark Days
	4144:In the Mood For Love	590:Dances with Wolves	135536:Suicide Squad
	541:Blade Runner	1198:Raiders of the Lost Ark	4144:In the Mood For Love
	2762:Sixth Sense	780:Independence Day	541:Blade Runner
	122912:Avengers: Infinity War	608:Fargo	2762:Sixth Sense
606	7936:Shame	150:Apollo 13	7936:Shame
	135536:Suicide Squad	457:Fugitive	135536:Suicide Squad
	4878:Donnie Darko	608:Fargo	1288:This Is Spinal Tap
	79132:Inception	380:True Lies	4223:Enemy at the Gates
	1288:This Is Spinal Tap	588:Aladdin	112552:Whiplash
	112552:Whiplash	377:Speed	4878:Donnie Darko
	4223:Enemy at the Gates	364:Lion King	79132:Inception
	122912:Avengers: Infinity War	595:Beauty and the Beast	122912:Avengers: Infinity War
	99114:Django Unchained	344:Ace Ventura: Pet Detective	6235:Europa Europa
	6235:Europa Europa	165:Die Hard	99114:Django Unchained

6 おわりに

本論文では, ユーザのアイテムに対する評価のみでなくソーシャル情報などを用いて様々な類似性に基づく推薦を行うことができるハイパーグラフを用いた方法において, ランダムウォークを用いた推薦法に着目し, 推薦結果におけるユーザ, アイテム, タグなどの推薦因子の寄与分を変化させる方法を提案した. 検証実験の結果によれば, 推薦因子の寄与分が異なるモデル間において, ユーザによって最適な推薦モデルが異なることが分かった.

今後の課題として, 推薦因子の寄与分の有効な活用法やユーザの重みの学習法の開発が挙げられる.

文 献

- [1] 神鷹敏弘, 推薦システムのアルゴリズム (1). 人工知能学会誌, **22-6**(2007), 826-837.
- [2] 神鷹敏弘, 推薦システムのアルゴリズム (2). 人工知能学会誌, **23-1**(2008), 89-103.
- [3] 神鷹敏弘, 推薦システムのアルゴリズム (3). 人工知能学会誌, **23-2**(2008), 248-263.
- [4] B. Yang, Y. Lei, J. Liu and W. Li., "Social collaborative filtering by trust." IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, **39-8**(2016), 1633-1647.
- [5] Z. Guan, C. Wang, J. Bu, C. Chen, K. Yang, D. Cai, and X. He., Document recommendation in social tagging services. WWW, 2010.
- [6] C. Shi, Y. Li, J. Zhang, Y. Sun, and P.S Yu., "A survey of heterogeneous information network analysis." IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, **29-1**(2016),

- [7] C. Luo, W. Pang, Z. Wang and C. Lin., Hete-cf: Social-based collaborative filtering recommendation using heterogeneous relations. 2014 IEEE International Conference on Data Mining. IEEE, 2014, 917-922.
- [8] D. Zhou, J. Huang and B. Schlkopf, "Learning with hypergraphs: Clustering, classification, and embedding." Advances in neural information processing systems, (2007), 1601-1608.
- [9] S. Tan, J. Bun, C. Chen, B. Xu, C. Wang and X. He., "Using Rich Social Media Information for Music Recommendation via Hypergraph Model." ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications and Applications, **7-1**(2011), 1-22.
- [10] I. Konstas, V. Stathopoulos and J. M. Jose, "On social networks and collaborative recommendation." Proceedings of the 32nd international ACM SIGIR conference on Research and development in information retrieval, (2009), 195-202.