

配送計画問題への量子アニーリング適用に関する初期評価

齋藤 和広[†] 大山 重樹[†] 梅木 智光[‡] 黒川 茂莉[†] 小野 智弘[†]

[†] 株式会社 KDDI 総合研究所 〒356-8502 埼玉県ふじみ野市大原 2-1-15

[‡] KDDI 株式会社 〒102-8460 東京都千代田区飯田橋 3-10-10 ガーデンエータワ

E-mail: [†] {ku-saitou, shige, mo-kurokawa, ono}@kddi-research.jp, [‡] tm-umeki@kddi.com

あらまし 配送計画問題 (VRP: Vehicle Routing Problem) は、複数配送車の配送順序を最適化する問題で、物流における配達順序やデマンド交通サービスにおける配車計画など、様々な現実問題に応用可能な問題である。VRP は代表的な組合せ最適問題の一つとして NP-Hard と呼ばれる問題であり、従来のコンピュータでは多項式時間で厳密解を求めることが困難であることが知られている。量子アニーリングは、量子コンピュータの一種としてこのような組合せ最適化問題を現実時間で解くことが期待されている。そこで、制約を限定した VRP で QUBO 式を構築し、量子アニーリングへの適用に向けてアニーリングシミュレータによる評価を行った。更に VRP の既存手法と比較し、VRP における量子アニーリング適用の効果を検証した。

キーワード 量子アニーリング, 組合せ最適化問題, 配送計画問題

1. はじめに

配送計画問題 (VRP: Vehicle Routing Problem) は、複数配送車の配送順序を最適化する組合せ最適化問題であり、巡回セールスマン問題を一般化した問題である [1]。応用例として、物流における物品配送や工場内の部品移動などがある。VRP は NP-Hard と呼ばれる問題として知られており、従来のコンピュータでは多項式時間で厳密解を求めることが困難な問題である。本研究では、VRP の応用として、乗客の要求に応じて配車するデマンド交通サービスの配車計画問題を対象とする。この配車計画問題は、VRP として非常に複雑な問題である。制約として、出発・到着時間、地点到着の前後関係、車載可能人数の制約が必要であり、加えてサービス形態に応じた様々な制約 (中継地点対応、許容遅延時間等) が発生する。

近年、従来のコンピュータでは計算が困難な組合せ最適化問題に、量子アニーリングの活用が期待されている。量子アニーリングは、量子効果を利用して NP-Hard な組合せ最適化問題をヒューリスティックに解く手法である [2]。2011 年に D-Wave Systems 社から発表された量子アニーリングを実装したマシン [3] の登場を境に、量子アニーリングを実際のビジネス課題に適用できる可能性が出てきた。

量子アニーリングは、二つの量子ビット σ_i, σ_j の相互作用係数 J_{ij} 、及び量子ビット σ_i に影響する外部磁場エネルギー係数 h_i から、ハミルトニアン $\mathcal{H}$ を最小化する量子ビット σ_i のスピン方向 (+1/-1) を決定する。この仕組みはイジングモデルとして以下のように表現される。

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_i h_i \sigma_i \quad (1)$$

組合せ最適化問題を最小化問題としてこのイジングモデルに定式化することで、量子アニーリングで組合せ最適化問題を解くことができる。定式化を直感的に行うため、以下のように量子ビット σ_i をバイナリ変数 x_i に変換する。

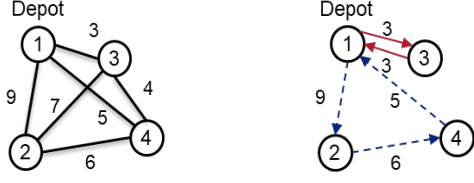
$$x_i = \frac{\sigma_i + 1}{2} \quad (2)$$

量子アニーリング利用時は、これを数式 (1) のイジングモデルに適用した QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) が利用される。

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j} Q_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

従って、VRP の目的関数及び制約を定式化し、数式 (3) の QUBO 式を構築することで、VRP を量子アニーリングに適用できる。しかし、現在の量子アニーリングの実装は、量子ビット間の相互作用関係が限定的で、利用できる量子ビットの数に限界がある。例えば D-Wave 社のマシンはキメラグラフと呼ばれるスパースなグラフ構造で、量子ビット同士が複雑な相互作用関係の問題の場合にグラフ変換が必要となり、利用する量子ビット数が大幅に増加する [4]。デマンド交通サービスの配車計画問題は、複雑な制約が必要となる VRP であり、量子ビットの相互作用関係が複雑となるため、量子ビット数の限界からサービス適用が困難な可能性がある。

そこで本稿では、デマンド交通サービスへの量子アニーリング適用を検証するために、初期評価として制約を限定した VRP をアニーリングシミュレータで評価した。更に VRP の既存手法として厳密解手法及びヒューリスティックな近似解手法と比較し、VRP における量子アニーリング適用の効果を検証した。



(a) 拠点間の移動コスト (b) 2 台の最適ルート例

図 1 2 台 4 拠点における VRP

2. VRP の量子アニーリング適用

2.1. 問題設定

本研究で対象とする問題は、基礎的な VRP として、複数の配送車で対象となる全ての拠点を巡回する場合に、総移動コストが最小となる巡回ルートを探る組合せ最適化問題である。加えて、全ての配送車は Depot と呼ばれる拠点を出発点とし、必ず最後に Depot に帰還する問題を想定する。移動コストは拠点間の距離を利用する。なお、VRP を解く上で必要な拠点間の移動コストは事前に計算済みとする。

問題例として 4 拠点における 2 台の配送車の巡回ルートを考える。図 1(a) で示すように、全ての拠点間の移動コストを事前に計算する。ここで、拠点 1 は Depot であり、配送車の出発点かつ到着点となる。最適解の一つとして図 1(b) が算出できる。赤線の配送車はルート 1->3->1 で移動コスト 6、青点線の配送車がルート 1->2->4->1 で移動コスト 20 となり、合計の移動コストが 26 となる。

2.2. 定式化

量子アニーリング適用に向け、バイナリ変数をとる数式(3)の QUBO 式を構築するために、VRP の目的変数を以下で定義する。

$$x_{ps}^{(v)} = \begin{cases} 0 & \text{配送車 } v \text{ が拠点 } p \text{ に } s \text{ 番目に滞在していない} \\ 1 & \text{配送車 } v \text{ が拠点 } p \text{ に } s \text{ 番目に滞在している} \end{cases} \quad (4)$$

配送車の数を V 、拠点数を P 、訪問順序の最大値を S とすると、配送車 v 、拠点 p 、訪問順序 s は、以下の値をとる。

$$1 \leq v \leq V, \quad 1 \leq p \leq P, \quad 1 \leq s \leq S \quad (5)$$

拠点 i から拠点 j を移動する場合の移動コストを d_{ij} とすると、VRP の目的関数は数式(4)の目的変数 $x_{ps}^{(v)}$ の集合 X に対する最小化問題として以下で表現される。

$$\underset{X}{\operatorname{argmin}} \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P \sum_{s=1}^{S-1} d_{ij} x_{is}^{(v)} x_{j(s+1)}^{(v)} \quad (6)$$

配送車 v が訪問順序 s から $s+1$ に変化したときに滞在している拠点が変わることで移動と判断できる。数式(6)は、訪問順序 s で拠点 i に滞在し、かつ次の訪問順

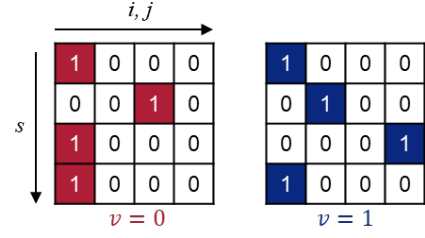


図 2 図 1(b)における目的変数の集合 X の値

序である $s+1$ で拠点 j に滞在していた場合に移動コスト d_{ij} が加算される。なお、 $i=j$ では拠点が変更されていないので $d_{ij}=0$ となる。図 2 は、図 1(b) で示した配送車 2 台 4 拠点の最適ルート例における目的変数の集合 X の値である。例えば $v=1, s=1, i=1, j=2$ において移動が判定され、 $d_{12}=3$ が移動コストとして数式(3)で加算される。

制約条件として、拠点 1 を Depot とした場合に、それぞれの配送車における訪問順序 1 と S では必ず Depot に滞在する必要がある。従って、以下の制約が発生する。

$$\forall v, \quad x_{11}^{(v)} = 1 \quad (7)$$

$$\forall v, \quad x_{1S}^{(v)} = 1 \quad (8)$$

VRP はいずれかの配送車で全ての拠点を訪問する必要がある。従って、いずれかの配送車、及びいずれかの訪問順序で、全ての拠点が必ず一回ずつ訪問される制約が必要である。ただし、数式(7),(8)の制約によって Depot は最低二度訪問されるため、Depot を除いた制約とする。これらを踏まえて以下の制約を加える。

$$2 \leq p \leq P, \quad \sum_{v=1}^V \sum_{s=1}^S x_{ps}^{(v)} = 1 \quad (9)$$

また、数式(4)の目的変数 $x_{ps}^{(v)}$ は、ある訪問順序にて配送車が消える、あるいは同時に複数の拠点到存在する可能性がある。これらの発生を排除し、全ての配送車、及び全ての訪問順序で、必ず一つの拠点到訪問するために、以下の制約を加える。

$$\forall v, \forall s, \quad \sum_{p=1}^P x_{ps}^{(v)} = 1 \quad (10)$$

以上の四つの制約項(数式(7),(8),(9),(10))を全て満たしたうえで、目的関数である数式(6)から最小コストとなる各配送車の訪問ルートを算出する。

2.3. QUBO

量子アニーリングで実行するために、QUBO 式を構築する。2.2 節で定義した目的関数及び制約からハミルトニアン $\mathcal{H}$ を以下のように定義する。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_A + \lambda_1 \mathcal{H}_B + \lambda_2 \mathcal{H}_C + \lambda_3 \mathcal{H}_D + \lambda_4 \mathcal{H}_E \quad (11)$$

$$\mathcal{H}_A = \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P \sum_{s=1}^{S-1} d_{ij} x_{is}^{(v)} x_{j(s+1)}^{(v)} \quad (12)$$

$$\mathcal{H}_B = \sum_{v=1}^V \left(1 - x_{11}^{(v)}\right)^2 \quad (13)$$

$$\mathcal{H}_C = \sum_{v=1}^V \left(1 - x_{1S}^{(v)}\right)^2 \quad (14)$$

$$\mathcal{H}_D = \sum_{p=2}^P \left(1 - \sum_{v=1}^V \sum_{s=1}^S x_{ps}^{(v)}\right)^2 \quad (15)$$

$$\mathcal{H}_E = \sum_{v=1}^V \sum_{s=1}^S \left(1 - \sum_{p=1}^P x_{ps}^{(v)}\right)^2 \quad (16)$$

$\mathcal{H}_A$ は目的関数である数式(6)と一致し、拠点の移動に応じて移動コストが加算される。従って、量子アニーリングによって、移動コストを最小化するように、量子ビットに対応する目的変数の値が変化する。 $\mathcal{H}_B, \mathcal{H}_C, \mathcal{H}_D, \mathcal{H}_E$ はそれぞれ制約項である数式(7),(8),(9),(10)と一致する。それぞれの数式は制約違反時に括弧の二乗によって正の整数となり $\mathcal{H}$ が増加するため、量子アニーリングが違反を回避するように目的変数の値を変化させる。

数式(11)における制約違反は、どの制約項であってもVRPとしての問題設定に反するため、誤った解となる。そこで数式(11)におけるペナルティ係数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ の値を、 $\mathcal{H}_A$ がとりうる値より十分に大きくすることで、制約違反の発生確率を下げるができる。一方、ペナルティ係数が極端に大きいことで、 $\mathcal{H}_A$ の収束が不安定となり、総移動コストが低い解を得るまでに時間を要する。そのため、ペナルティ係数は制約違反が起きない程度に小さくするチューニングが必要となる。なお、解く問題によってペナルティ係数の基準となる数値を計算可能であり[5]、本研究のVRPにおいては、それぞれのペナルティ係数が $\max(d_{ij})$ 以上の値となるようにチューニングを行う。

3. 評価

3.1. 評価内容

本評価では、制約を限定した基礎的なVRPとして、2.1節で述べた問題設定のVRPに対する量子アニーリングの適用を評価する。そして、ライドシェアサービスなどのデマンド交通サービスに対し量子アニーリングを適用したVRPを応用することの実現性を考察する。

数式(11)のQUBO式を利用して、量子アニーリングと同様の動作をするマシンで実行し、目的関数である

総移動コストの値と、その解を導出するまでの実行時間を計測した。これらをVRPの既存手法と比較することで、量子アニーリング適用を評価する。更に、実際のデマンド交通サービスにおける規模を想定したデータ規模を複数利用した実行結果を同様に評価する。

3.2. 評価環境

評価に利用するマシンは、量子アニーリングと同様にイジングモデルを処理可能なアニーリングシミュレータとして、富士通デジタルアニーラ (DA) [6]と、OpenJij[7]を利用した。DAは、イジングモデルの処理アルゴリズムをデジタル回路で実装した専用マシン[8]で、Web API を介して利用する。OpenJijは、オープンソースソフトウェアとして、量子アニーリングをシミュレートする Simulated Quantum Annealing (SQA) の Python 用 API を提供している。DA 及び OpenJij はともに量子ビット間の相互作用を全結合で利用可能であり、QUBO をそのまま実行可能である。

本評価では更にVRPの既存手法と比較する。比較対象として、全探索による厳密解手法と、ヒューリスティックな近似解手法を用いる。厳密解手法はPythonでスクラッチ実装し、全探索として、深さ優先探索によって各配送車が巡回する拠点の組合せを決め、その組合せから各配送車が巡回する順序を順列で洗い出す。近似解手法には Google OR-Tools[9]の VRP solver を Python で利用した。

DA を利用した評価では、クラウドサービスとして一部のマシンパラメータを自動チューニングする FujitsuDAPTSolver の Web API を利用した。本サービスで利用可能なビット数は 1024bit であった。OpenJij はバージョン 0.0.8 の SQA を利用した。OpenJij の SQA、厳密解手法、および近似解手法を利用した評価では、それらのプログラムを汎用のサーバで実行した。利用したサーバは Dell PowerEdge R410 であり、ハードウェア仕様は CPU: Xeon X5675 (3.06GHz, 6 Cores) x 2, Memory: 96GB, SAS-HDD: 1TB x 4 (RAID 1), NIC: 1000Base-T で、ソフトウェア仕様は OS: CentOS 6.6, Python: 3.6.0 である。

3.3. 評価データ

問題の規模として、実際のデマンド交通サービスを想定し、配送車数 V 及び拠点数 P から三通りの規模を用意した。訪問順番の最大値 S は、1 台で全ての拠点を巡回することを考慮する場合、 $S = P + 1$ となる。しかし現実問題を考慮すると、複数台で巡回することで公平性を保つ必要がある。また、DA はビット数に上限があり、 S を減らして目的変数の数を減らすことで、実行できる問題の規模が大きくなる。そこで、訪問順番

表 1 評価データにおける問題の規模 (V: 配送車数, P: 拠点数, S: 訪問順序の最大値)

	V	P	S	ビット
小規模	2	10	8	140
		11	9	176
		12	10	216
		13	10	260
中規模	4	19	10	760
		20	10	800
		21	10	840
		22	11	968
大規模	6	40	15	3,600
	10	160	40	64,000
	15	400	71	426,000

の最大値 S を配送車数 V と拠点数 P を用いて以下のよう
に設定した.

$$S = \left\lfloor \frac{3P}{V+2} + 0.5 \right\rfloor \quad (17)$$

これを踏まえ, 三通りの問題の規模の評価データとして, 表 1 で示す V, P, S の値に設定した 11 種類のデータを用意した. 併せてアニーリングシミュレータで必要となるビット数も記載する.

VRP を解くためには, データとして拠点間の距離が必要である. 本評価では, 前述の各規模における拠点数に応じて, 拠点間の距離を生成した. まず, 各拠点の座標 $[X, Y]$ をランダムに生成する. 座標の X 及び Y の範囲は $0-1000$ の整数とした. また, Depot の座標を $[500, 500]$ とした. このランダム生成した座標に対して, 全ての 2 座標間のユークリッド距離を計算し, 拠点間の距離として利用した.

3.4. 目的関数の評価

目的関数である総移動コストを評価する. 図 3 が厳密解手法, 近似解手法, DA, OpenJij で小規模な問題を実行した結果である. 近似解及び OpenJij の一部で厳密解より総移動コストが大きくなった. 一方, DA は厳密解と同じ結果となった. 図 4 は中規模な問題を実行した結果である. ここでは, 厳密解手法の実行が困難なため計測を行わず, 近似解手法, DA, 及び OpenJij で計測した. DA は近似解手法と比較して約 10%, 総移動コストが低い. OpenJij に関しては近似解手法と比較して同程度か, 約 5% 低下する結果であった. なお大規模な問題は, DA 及び OpenJij で実行ができなかったため, 省略する. この原因について, DA に関しては, ビット数が不足したため実行できず, OpenJij に関しては, 実行時間の観点で実行を断念した.

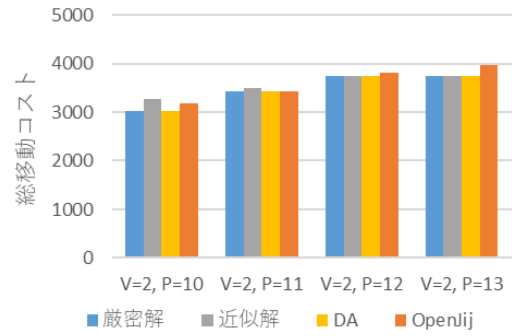


図 3 小規模における総移動コスト

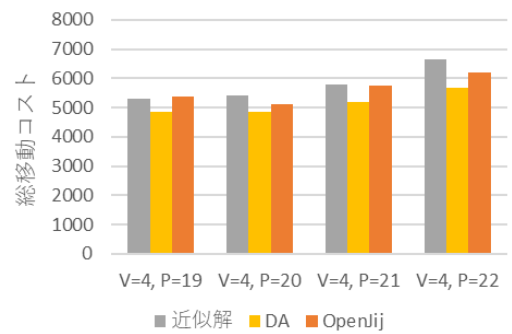


図 4 中規模における総移動コスト

これらの結果から, DA は目的関数を低い値に安定して収束できることがわかる. OpenJij は近似解と比較して目的関数の低い値を出すことが可能ではあるが, 収束の安定性に少し問題がある. しかし, DA 及び OpenJij とともに, 規模の拡大とともに近似解との優位が大きくなっている. これらはシミュレータであり, 動作の仕組みとしては量子アニーリングと同様である. 従い, 目的関数の観点では, 量子アニーリングの適用可能性があると言える. 一方で, さらに大規模で同様な結果となること, およびシミュレータではない量子アニーリングマシンでも同様に安定性を担保できることを確認する必要がある.

3.5. 実行時間の評価

各マシンの実行時間を評価する. ここで利用した実行時間は, 3.4.におけるコストを算出する時間である. なお, 計測した時間は, 各マシンにおけるイジングモデルの処理時間であり, DA の Web API における通信時間やキューの待ち時間は含まれていない. 図 5 は, 三通りの問題の規模におけるすべてのデータで実行時間を計測した結果である. 厳密解手法は小規模のみ実行でき, DA と OpenJij は小規模と中規模を実行できた. 近似解手法のみ, 大規模を実行できた. 厳密解手法は, 小規模で拠点数が少ない問題で OpenJij より高速だったが, 規模に対する傾きが大きく, 拠点数の増加で

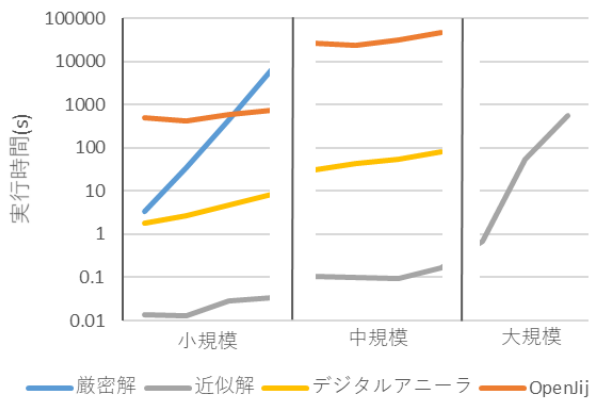


図 5 各マシンの実行時間 (対数表記)

OpenJij の実行時間を超え、数時間単位の実行時間を要する結果となった。近似解手法、DA、および OpenJij は、同一規模内における拠点数の増加において、同様の傾きとなっているが、OpenJij は小規模から中規模で大きく実行時間が増加した。DA は傾きに関して近似解手法と同様であるが、絶対値として 2 桁の差がある結果となった。

厳密解手法の結果と比較すると DA 及び OpenJij は規模の拡大に応じて大きく優位な結果となった。しかし、近似解手法と比較すると大きく劣後している。特に OpenJij は最大 5 桁の差がある。OpenJij はソフトウェアであり、現実装では逐次実行のため、ビット数の増加に伴い指数的に実行時間が増加する。DA は専用のデジタル回路実装による並列実行の効果が大きく、OpenJij と比較して高速であるが、近似解手法と比較すると差は大きい。今回の DA 及び OpenJij は目的関数の観点で優位性がみられたことから、シミュレータではない量子アニーリングのマシンによって実行した場合に、この実行時間の差が近づくことで、VRP における量子アニーリングの実用性は高まる。特にデマンド交通サービスへの適用を踏まえて制約条件を追加した場合、近似解手法の Google OR-Tools のように限定的な制約の VRP に特化している手法をそのまま利用できなくなるため、汎用的に利用できる量子アニーリングが優位となりえると考えられる。また、近似解手法は大規模な問題において大幅な遅延が見られたことから、規模の観点でもハードウェアの進化に応じて、追加評価をしていきたい。

4. おわりに

本稿では、制約を限定した基礎的な VRP の QUBO を構築し、二つのアニーリングシミュレータ：DA、OpenJij で評価した。本評価では、VRP の既存手法として厳密解手法及び近似解手法を利用し、DA 及び

OpenJij と比較した。結果として、量子アニーリングは近似解手法より厳密解に近い解を求めることが可能と考えられたが、本評価はシミュレータであり、また限定的な制約の VRP であったため、実行時間の観点で近似解手法に劣後していた。今後は、性能改善が期待できる量子アニーリングのマシンとして D-Wave を使った評価を行いたい。また、ハードウェアの進化により大規模な問題を実行可能となった段階でも再度評価したい。

今回の評価では、アニーリングシミュレータの実行過程を評価していないため、目的関数と実行時間の関係や、ペナルティ変数の調整、シミュレータのパラメータ調整を評価していない。今後は、実行時における時間経過における総移動コストの推移の分析や、ペナルティ変数及びパラメータ調整による実行結果の分析を行いたい。また、確率的に求まる結果に対する実行時間の評価として、TTS(Time-To-Solutions)など、解の精度も考慮した評価指標で計測したい。

本結果から、現段階でも中規模程度であればデマンド交通サービス適用に優位な可能性があり、ハードウェアの進化とともにその可能性はより高まると考えられる。そのため、現実的な問題設定として制約を追加した一般問題として CVRP や VRPTW への QUBO 適用、及びその他のサービス実現条件を組合せた問題の QUBO 式の構築及び評価を行っていきたい。

参 考 文 献

- [1] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem," *Management Science*, vol. 6, no. 1, pp. 80–91, 1959.
- [2] T. Kadowaki and H. Nishimori, "Quantum annealing in the transverse Ising model," *Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip Top.*, vol. 58, no. 5, pp. 5355–5363, 1998.
- [3] M. W. Johnson et al., "Quantum annealing with manufactured spins," *Nature*, vol. 473, no. 7346, pp. 194–198, 2011.
- [4] Z. Bian, F. Chudak, R. Israel, B. Lackey, W. G. Macready, and A. Roy, "Discrete optimization using quantum annealing on sparse Ising models," *Front. Phys.*, vol. 2, no. September, pp. 1–10, 2014.
- [5] A. Lucas, "Ising formulations of many NP problems," *Front. Phys.*, vol. 2, no. February, pp. 1–14, 2014.
- [6] 富士通デジタルアニーラ, <https://www.fujitsu.com/jp/digitalannealer/>
- [7] OpenJij, <https://github.com/OpenJij/OpenJij>
- [8] S. Tsukamoto, M. Takatsu, S. Matsubara, and H. Tamura, "An accelerator architecture for combinatorial optimization problems," *Fujitsu Sci. Tech. J.*, vol. 53, no. 5, pp. 8–13, 2017.
- [9] Google OR-Tools, <https://developers.google.com/optimization>